Frazione generatrice di un numero decimale periodico

Consideriamo un numero decimale periodico x

$$x = q, a_1 a_2 \ldots a_n \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} \tag{1}$$

in cui:

- q è la PARTE INTERA
- $a_1 a_2 \ldots a_n$ sono le n cifre dell'ANTIPERIODO
- $p_1 p_2 \ldots p_m$ sono le m cifre del PERIODO.

Moltiplichiamo entrambi i membri dell'uguaglianza (1) per 10^n:

$$10^n \cdot x = 10^n \cdot q, a_1 a_2 \ldots a_n \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} = q a_1 a_2 \ldots a_n, \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} \tag{2}$$

e poi anche per 10^{n+m}:

$$10^{n+m} \cdot x = 10^{n+m} \cdot q, a_1 a_2 \ldots a_n \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} = q a_1 a_2 \ldots a_n p_1 p_2 \ldots p_m, \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} \tag{3}$$

Quindi eseguiamo la sottrazione tra il 1° termine delle uguaglianze (3) e (2) e pure quella tra i termini a destra delle uguaglianze:

$$10^{n+m} \cdot x - 10^n \cdot x = \left(10^{n+m} - 10^n\right) \cdot x \tag{4}$$

$$q a_1 a_2 \ldots a_n p_1 p_2 \ldots p_m, \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} - q a_1 a_2 \ldots a_n, \overline{p_1 p_2 \ldots p_m} = q a_1 a_2 \ldots a_n p_1 p_2 \ldots p_m - q a_1 a_2 \ldots a_n \tag{5}$$

Pertanto uguagliando le differenze ottenute (4) e (5) si ha:

$$\left(10^{n+m} - 10^n\right) \cdot x = q a_1 a_2 \ldots a_n p_1 p_2 \ldots p_m - q a_1 a_2 \ldots a_n \tag{6}$$

e, dividendo il 1° ed il 2° membro della (6) per $\left(10^{n+m} - 10^n\right)$, si ottiene infine:

$$x = \frac{q a_1 a_2 \ldots a_n p_1 p_2 \ldots p_m - q a_1 a_2 \ldots a_n}{10^{n+m} - 10^n} \tag{7}$$

Il secondo termine della (7) è detto FRAZIONE GENERATRICE del numero decimale x.

ESEMPIO:

Supponiamo di voler determinare la frazione generatrice del numero $x = 1,2\overline{3}$.

Avremo $10 \cdot x = 12,\overline{3}$ e $100 \cdot x = 123,\overline{3}$.

Sottraendo membro a membro le due uguaglianze

$$(100 - 10) \cdot x = 123,\overline{3} - 12,\overline{3} = 123 - 12$$

e quindi:

$$x = \frac{123 - 12}{100 - 10} = \frac{111}{90} = \frac{37}{30}$$